

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

—o0o—

TRẦN THỊ HƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TÌM NGHIỆM CỦA
HỆ PHƯƠNG TRÌNH TOÁN TỬ ĐƠN ĐIỀU
TRONG KHÔNG GIAN BANACH

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN -2018

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TRẦN THỊ HƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TÌM NGHIỆM CỦA
HỆ PHƯƠNG TRÌNH TOÁN TỬ ĐƠN ĐIỀU
TRONG KHÔNG GIAN BANACH

Chuyên ngành: **Toán Giải tích**

Mã số : **9460102**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

1. PGS.TS. Nguyễn Thị Thu Thủy
2. GS.TS. Nguyễn Bường

THÁI NGUYÊN - 2018

Lời cam đoan

Các kết quả trình bày trong luận án là công trình nghiên cứu của tôi, được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của PGS.TS. Nguyễn Thị Thu Thủy và GS.TS. Nguyễn Bường. Các kết quả trình bày trong luận án là mới và chưa từng được công bố trong các công trình của người khác.

Tôi xin chịu trách nhiệm về những lời cam đoan của mình.

Tác giả

Trần Thị Hương

Lời cảm ơn

Luận án này được hoàn thành tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình của GS.TS. Nguyễn Bường và PGS.TS. Nguyễn Thị Thu Thủy. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Thầy và Cô.

Trong quá trình học tập và nghiên cứu, thông qua các bài giảng và seminar tác giả luôn nhận được sự quan tâm giúp đỡ và những ý kiến đóng góp quý báu của GS.TSKH. Phạm Kỳ Anh, GS.TSKH. Lê Dũng Mưu, GS.TSKH. Đinh Nho Hào, PGS.TS. Nguyễn Năng Tâm, PGS.TS. Phạm Ngọc Anh, PGS.TS. Hà Trần Phương, PGS.TS. Phạm Hiến Bằng, TS. Nguyễn Công Điều, TS. Vũ Mạnh Xuân, TS. Bùi Thế Hùng, TS. Trương Minh Tuyên, TS. Nguyễn Đình Dũng và TS. Lâm Thùy Dương. Từ đáy lòng mình tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến các Thầy và Cô.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban chủ nhiệm Khoa Toán, Phòng Đào tạo và Ban Giám hiệu Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện tốt nhất để tác giả có thể hoàn thành luận án của mình.

Tác giả xin chân thành cảm ơn các thầy cô giáo trong Bộ môn Giải tích, Khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm và các thầy cô giáo trong Khoa Khoa học Cơ bản, Trường Cao đẳng Kinh tế - Kỹ thuật - Đại học Thái Nguyên cùng toàn thể anh chị em nghiên cứu sinh ngành Toán Giải tích, bạn bè đồng nghiệp đã luôn quan tâm, động viên, trao đổi và đóng góp những ý kiến quý báu cho tác giả trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu, seminar và hoàn thành luận án.

Tác giả xin kính tặng những người thân yêu trong gia đình niềm vinh hạnh to lớn này.

Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Mục lục	iii
Danh sách các ký hiệu, chữ viết tắt	v
Danh sách các bảng	v
Mở đầu	1
Chương 1. Kiến thức chuẩn bị	9
1.1. Toán tử trong không gian Banach	9
1.1.1. Không gian Banach phản xạ, lõi đều	9
1.1.2. Toán tử trong không gian Banach	12
1.2. Bài toán đặt không chỉnh và phương pháp hiệu chỉnh	20
1.2.1. Bài toán đặt không chỉnh	20
1.2.2. Phương pháp hiệu chỉnh	22
1.3. Hệ phương trình toán tử đơn điệu	23
1.3.1. Hệ phương trình toán tử đơn điệu đặt không chỉnh và một số bài toán liên quan	23
1.3.2. Một số kết quả về phương pháp hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử đơn điệu	26
Chương 2. Hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử đơn điệu trong không gian Banach	31
2.1. Hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử	32

2.1.1.	Hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử thế năng	32
2.1.2.	Hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử ngược đơn điệu mạnh	36
2.2.	Tham số hiệu chỉnh và tốc độ hội tụ	39
2.2.1.	Tham số hiệu chỉnh	39
2.2.2.	Tốc độ hội tụ	46
2.3.	Ứng dụng và thử nghiệm số	49
2.3.1.	Bài toán tối ưu	49
2.3.2.	Hệ phương trình tích phân	51
Chương 3. Xấp xỉ hữu hạn chiều và phương pháp hiệu chỉnh lặp		55
3.1.	Xấp xỉ hữu hạn chiều và tốc độ hội tụ	55
3.1.1.	Xấp xỉ hữu hạn chiều	55
3.1.2.	Tốc độ hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh hữu hạn chiều	60
3.2.	Phương pháp hiệu chỉnh lặp	62
3.2.1.	Mô tả phương pháp	63
3.2.2.	Sự hội tụ	66
3.3.	Thử nghiệm số	68
Kết luận và đề nghị		72
Danh mục các công trình liên quan đến luận án		74
Tài liệu tham khảo		75

Danh sách các ký hiệu, chữ viết tắt

\mathbb{R}	tập hợp số thực
H	không gian Hilbert
E	không gian Banach
E^*	không gian đối ngẫu của E
S_E	mặt cầu đơn vị của E
$\langle x^*, x \rangle$	giá trị của $x^* \in E^*$ tại $x \in E$
$\text{Gr}(A)$	đồ thị của toán tử A
$\mathcal{D}(A)$	miền xác định của toán tử A
$\mathcal{R}(A)$	miền ảnh của toán tử A
A^{-1}	toán tử ngược của toán tử A
I	toán tử đồng nhất
c	không gian các dãy số hội tụ
c_0	không gian các dãy số hội tụ về 0
$C[a, b]$	không gian các hàm liên tục trên đoạn $[a, b]$
$l^p, 1 \leq p < \infty$	không gian các dãy số khả tổng bậc p
l_∞	không gian các dãy số bị chặn
$L^p[a, b], 1 \leq p < \infty$	không gian các hàm khả tích bậc p trên đoạn $[a, b]$
L_∞	không gian các hàm bị chặn
$d(x, C)$	khoảng cách từ phần tử x đến tập hợp C
\emptyset	tập rỗng

$\forall x$	với mọi x
$\exists x$	tồn tại x
$x_n \rightarrow x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ mạnh về x_0
$x_n \rightharpoonup x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ yếu về x_0
$\alpha_m \searrow 0$	dãy $\{\alpha_m\}$ hội tụ giảm về 0
$\text{Fix}(T)$	tập điểm bất động của ánh xạ T
m	số bước lặp

Danh sách bảng

2.1	Kết quả tính toán cho phương pháp hiệu chỉnh (2.5)	51
2.2	Kết quả tính toán cho phương pháp hiệu chỉnh (2.10)	51
2.3	Kết quả tính toán cho phương pháp hiệu chỉnh (2.10) với $\delta = 1/M^3$	53
2.4	Kết quả tính toán cho phương pháp hiệu chỉnh (2.10) với $\delta = 1/M^6$	53
3.1	Kết quả tính toán cho phương pháp (3.17) khi $p = 1/15$ và $p = 1/19$	69
3.2	Kết quả tính toán cho phương pháp (3.17) và phương pháp (2.11) trong [78]	69
3.3	Kết quả tính toán cho phương pháp (3.17) và phương pháp (2.11) trong [78]	70

Mở đầu

Nhiều vấn đề của các lĩnh vực khoa học kỹ thuật cũng như kinh tế xã hội dẫn đến bài toán tìm một đại lượng vật lý $x \in E$ chưa biết từ bộ dữ kiện ban đầu $(f_0, f_1, \dots, f_N) \in F^{N+1}$, $N \geq 0$, ở đây E là không gian Banach, $F = E^*$ -không gian đối ngẫu của E , hoặc E là không gian Hilbert và $F = E$ (xem [33]). Trên thực tế, bộ dữ kiện (f_0, f_1, \dots, f_N) nhận được bằng việc đo đạc trực tiếp trên các tham số và thường không được biết chính xác mà chỉ được cho xấp xỉ bởi $f_i^\delta \in F$ thỏa mãn

$$\|f_i^\delta - f_i\| \leq \delta_i, \quad i = 0, 1, \dots, N, \quad (0.1)$$

với $\delta_i > 0$ là các sai số cho trước. Bài toán này được mô hình hóa toán học bởi hệ phương trình

$$A_i(x) = f_i, \quad i = 0, 1, \dots, N, \quad (0.2)$$

ở đây $A_i : (\mathcal{D}(A_i) \subset E) \rightarrow F$ là các toán tử từ không gian Banach E vào không gian Banach F và $\mathcal{D}(A_i)$ là ký hiệu miền xác định của các toán tử A_i .

Nhiều bài toán thực tế khác, như bài toán khôi phục ảnh (xem [48]), bài toán khôi phục tín hiệu (xem [35]), bài toán điều khiển tối ưu (xem [49]), một số mô hình của bài toán kinh tế dẫn đến dạng bài toán bù (xem [41]), bài toán tìm điểm bất động chung của một họ ánh xạ không giãn (xem [66]), bài toán chấp nhận lỗi (xem [16]), bài toán cực trị không ràng buộc (xem [22]) cũng có mô hình toán học dạng hệ phương trình toán tử (0.2) với A_i là các toán tử đơn điệu.

Như vậy, hệ phương trình toán tử đơn điệu thường gặp trong nhiều lĩnh vực. Tuy nhiên, lớp bài toán này lại có một đặc điểm là nếu không có thêm điều kiện đặc biệt đặt lên các toán tử A_i , chẳng hạn tính đơn điệu đều hoặc đơn điệu mạnh, thì chúng thường là những bài toán đặt không chính (xem [1, 8, 18] và các tài liệu được trích dẫn trong đó).